Задачи для самостоятельного решения

а) Найти точки экстремума функции и определить их характер: y= $5x^3$ - 15x - 5.
б) Найти точки экстремума функции и определить их характер:
$y = 4\sqrt{2x-1} - x$

в) Найти точки экстремума функции и определить их характер: y= 2sin(x) - x

при π ≤ x ≤ 3π.

г) Найти точки экстремума функции и определить их характер: $y = \dfrac{x^2+27}{x}$

е) Найти точки экстремума функции и определить их характер $y = \dfrac{x^2}{x-2}$, и промежутки монотонности.

Вычислить производную

1.	$f(x) = 2x^3 - x^2 + 3$	$x_0 = 2$
2.	$f(x) = x^2(x^2 - 3)$	$x_0 = -1$
3.	$f(x) = \dfrac{x^3-1}{x+2}$	$x_0 = 1$
4.	$f(x) = 2\sin 3x$	$x_0 = \dfrac{\pi}{9}$
5.	$f(x) = 3\cos 2x$	$x_0 = \dfrac{\pi}{2}$
6.	$f(x) = 3tgx + 2x$	$x_0 = 0$
7.	$f(x) = 3\sin 4x - 11x$	$x_0 = \dfrac{\pi}{2}$
8.	$f(x) = 2\ (x-2)^{12}$	$x_0 = 1$
9.	$f(x) = 3\sqrt{2x} + 3$	$x_0 = 1$
10.	$f(x) = 5x^4 - 3x^3 + 6x$	$x_0 = -1$
11.	$f(x) = \sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x;$	$x_0 = \dfrac{\pi}{4}$

Самостоятельная работа по теме «Признак возрастания (убывания) функции».

Справочный материал:

Признак возрастания функции: Если производная $f'(x) > 0$ в каждой точке некоторого интервала, то функция *f(x)* возрастает на всем этом интервале.

Признак убывания функции: Если производная $f'(x) < 0$ в каждой точке некоторого интервала, то функция *f(x)* убывает на всем этом интервале.

Примеры:

1. **Найдите промежутки возрастания и убывания функции** $y = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 3$.

<u>РЕШЕНИЕ:</u>

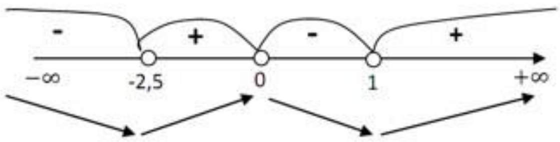
$y' = (x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 3)' = 4x^3 + 2 \cdot 3x^2 - 5 \cdot 2x - 0 = 4x^3 + 6x^2 - 10x$

Найдем промежутки возрастания (убывания) с помощью метода интервалов, для этого найдем корни уравнения $4x^3 + 6x^2 - 10x = 0$

$x(4x^2 + 6x - 10) = 0 \rightarrow x_1 = 0$ или $4x^2 + 6x - 10 = 0$

$D = 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-10) = 36 + 160 = 196 = 14^2$

$x_{2,3} = \frac{-6 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 4} = \frac{-6 \pm 14}{8} \Rightarrow \quad x_2 = \frac{-6-14}{8} = -\frac{20}{8} = -\frac{5}{2} = -2{,}5; \quad x_3 = \frac{-6+14}{8} = 1$

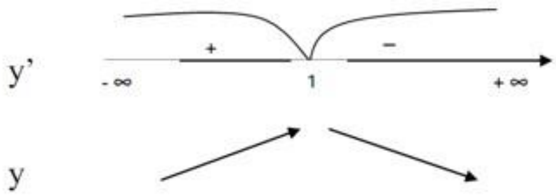


Ответ: функция убывает при x ∈ $(-\infty; -2{,}5] \cup [0; 1]$
функция возрастает при x ∈ $[-2{,}5; 0] \cup [1; +\infty)$

2. **Найдите промежутки возрастания и убывания функции** $y = \frac{2x}{e^x}$.

<u>РЕШЕНИЕ:</u> $y' = \left(\frac{2x}{e^x}\right)' = \frac{(2x)' \cdot e^x - 2x \cdot (e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{2 \cdot e^x - 2x \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x(2-2x)}{(e^x)^2} = \frac{2-2x}{e^x}$

Решим неравенство $\frac{2-2x}{e^x} > 0$, т.к. $e^x > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty) \Rightarrow \frac{2-2x}{e^x} > 0 \Leftrightarrow 2 - 2x > 0$



Ответ: функция возрастает при $x \in (-\infty; 1]$
функция убывает при $x \in [1; +\infty)$

Задания для самостоятельного решения: Найдите промежутки возрастания и убывания функций:

1. $y = x^4 + x^3 - 3{,}5x^2 + 2$
2. $y = -x^4 + 4x^2 - 3$
3. $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 2$
4. $y = \frac{2x^3}{3} + 5x^2 - 12x + 4$
5. $y = \frac{2x^3}{3} - 7x^2 + 12x - 9$
6. $y = e^x - x$